



n, k を $1 \leq k \leq n$ を満たす整数とする。 n 個の整数

$$2^m \quad (m = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

から異なる k 個を選んでそれらの積をとる。 k 個の整数の選び方すべてに対しこのように積をとる

ことにより得られる ${}_n C_k$ 個の整数の和を $a_{n,k}$ とおく。例えば

$$a_{4,3} = 2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^2 + 2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^3 + 2^0 \cdot 2^2 \cdot 2^3 + 2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 = 120$$

である。

(1) 2 以上の整数 n に対し、 $a_{n,2}$ を求めよ。

(2) 1 以上の整数 n に対し、 x についての整式

$$f_n(x) = 1 + a_{n,1}x + a_{n,2}x^2 + \dots + a_{n,n}x^n$$

を考える。 $\frac{f_{n+1}(x)}{f_n(x)}$ と $\frac{f_{n+1}(x)}{f_n(2x)}$ を x についての整式として表せ。

(3) $\frac{a_{n+1,k+1}}{a_{n,k}}$ を n, k で表せ。

