

[東京大学 2019 年前期 文科 1]



座標平面上の原点を O とし, $O, A(1, 0), B(1, 1), C(0, 1)$ を辺の長さが1の正方形の頂点とする。

3点 $P, (p, 0), Q(0, q), R(r, 1)$ はそれぞれ辺 OA, OC, BC 上にあり,

3点 O, P, Q および3点 P, Q, R はどちらも面積が $\frac{1}{3}$ の三角形の3頂点であるとする。

(1) q と r を p で表し, p, q, r それぞれのとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $\frac{CR}{OQ}$ の最大値, 最小値を求めよ。



[東京大学 2019 年前期 文科 2]



O を原点とする座標平面において、点 A(2, 2) を通り、線分 OA と垂直な直線を l とする。

座標平面上を点 $P(p, q)$ が次の 2 つの条件をみたしながら動く。

条件 1 : $8 \leq \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} \leq 17$

条件 2 : 点 O と直線 l の距離を c とし、点 $P(p, q)$ と直線 l の距離を d とするとき $cd \geq (p-1)^2$

このとき、 P が動く領域を D とする。さらに、 x 軸の正の部分と線分 OP のなす角を θ とする。

(1) D を図示し、その面積を求めよ。

(2) $\cos \theta$ のとりうる値の範囲を求めよ。



[東京大学 2019 年前期 文科 3]



正八角形の頂点を反時計回りに A, B, C, D, E, F, G, H とする。また, 投げたとき表裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ のコインがある。

点 P が最初に点 A にある。次の操作を 10 回繰り返す。

操作: コインを投げ, 表が出れば点 P を反時計回りに隣接する頂点に移動させ,

裏が出れば点 P を時計回りに隣接する頂点に移動させる。

例えば, 点 P が点 H にある状態で, 投げたコインの表が出れば点 A に移動させ, 裏が出れば点 G に移動させる。

以下の事象を考える。

事象 S : 操作を 10 回行った後に点 P が点 A にある。

事象 T : 1 回目から 10 回目の操作によって, 点 P は少なくとも 1 回, 点 F に移動する。

(1) 事象 S が起こる確率を求めよ。

(2) 事象 S と事象 T がともに起こる確率を求めよ。





O を原点とする座標平面を考える。不等式

$$|x|+|y| \leq 1$$

が表す領域を D とする。また、点 P, Q が領域 D を動くとき、 $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OQ}$ とみたす点 R が動く領域を E とする。

(1) D, E をそれぞれ図示せよ。

(2) a, b を実数とし、不等式

$$|x-a|+|y-b| \leq 1$$

が表す領域を F とする。また、点 S, T が領域 F を動くとき、 $\overrightarrow{OU} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OT}$ をみたす点 U が動く範囲を G とする。 G は E と一致することを示せ。

