

[ 東京大学 2019 年前期 文科 1 ]



座標平面上の原点を  $O$  とし,  $O, A(1, 0), B(1, 1), C(0, 1)$  を辺の長さが1の正方形の頂点とする。

3点  $P(p, 0), Q(0, q), R(r, 1)$  はそれぞれ辺  $OA, OC, BC$  上にあり,

3点  $O, P, Q$  および3点  $P, Q, R$  はどちらも面積が  $\frac{1}{3}$  の三角形の3頂点であるとする。

(1)  $q$  と  $r$  を  $p$  で表し,  $p, q, r$  それぞれのとりうる値の範囲を求めよ。

(2)  $\frac{CR}{OQ}$  の最大値, 最小値を求めよ。



[ 東京大学 2019 年前期 文科 2 ]



O を原点とする座標平面において、点 A(2, 2) を通り、線分 OA と垂直な直線を  $l$  とする。

座標平面上を点  $P(p, q)$  が次の 2 つの条件をみたしながら動く。

条件 1 :  $8 \leq \overline{OA} \cdot \overline{OP} \leq 17$

条件 2 : 点 O と直線  $l$  の距離を  $c$  とし、点  $P(p, q)$  と直線  $l$  の距離を  $d$  とするとき  $cd \geq (p-1)^2$

このとき、 $P$  が動く領域を  $D$  とする。さらに、 $x$  軸の正の部分と線分  $OP$  のなす角を  $\theta$  とする。

(1)  $D$  を図示し、その面積を求めよ。

(2)  $\cos \theta$  のとりうる値の範囲を求めよ。





正八角形の頂点を反時計回りに A, B, C, D, E, F, G, H とする。また、投げたとき表裏の出る確率がそれぞれ  $\frac{1}{2}$  のコインがある。

点 P が最初に点 A にある。次の操作を 10 回繰り返す。

操作：コインを投げ、表が出れば点 P を反時計回りに隣接する頂点に移動させ、  
裏が出れば点 P を時計回りに隣接する頂点に移動させる。

例えば、点 P が点 H にある状態で、投げたコインの表が出れば点 A に移動させ、裏が出れば点 G に移動させる。

以下の事象を考える。

事象  $S$  : 操作を 10 回行った後に点 P が点 A にある。

事象  $T$  : 1 回目から 10 回目の操作によって、点 P は少なくとも 1 回、点 F に移動する。

- (1) 事象  $S$  が起こる確率を求めよ。
- (2) 事象  $S$  と事象  $T$  がともに起こる確率を求めよ。





O を原点とする座標平面を考える。不等式

$$|x| + |y| \leq 1$$

が表す領域を  $D$  とする。また、点  $P, Q$  が領域  $D$  を動くとき、 $\overline{OR} = \overline{OP} - \overline{OQ}$  をみたす点  $R$  が動く領域を  $E$  とする。

(1)  $D, E$  をそれぞれ図示せよ。

(2)  $a, b$  を実数とし、不等式

$$|x-a| + |y-b| \leq 1$$

が表す領域を  $F$  とする。また、点  $S, T$  が領域  $F$  を動くとき、 $\overline{OU} = \overline{OS} - \overline{OT}$  をみたす点  $U$  が動く範囲を  $G$  とする。 $G$  は  $E$  と一致することを示せ。

