

[東京大学 2018 年前期 理科 6]



座標空間内の点 $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 0)$, $B(1, 1, 0)$, $C(1, 1, 1)$ を考える。

$\frac{1}{2} < r < 1$ とする。点 P が線分 OA , AB , BC 上を動くときに点 P を中心とする半径 r の球 (内部を含む) が通過する部分を, それぞれ V_1, V_2, V_3 とする。

(1) 平面 $y = t$ が V_1, V_3 双方と共有点をもつような t の範囲を与えよ。さらに, この範囲の t に対し,

平面 $y = t$ と V_1 の共通部分および, 平面 $y = t$ と V_3 の共通部分を同一平面上に図示せよ。

(2) V_1 と V_3 の共通部分が V_2 に含まれるための r についての条件を求めよ。

(3) r は(2)の条件をみたすとする。 V_1 の体積を S とし, V_1 と V_2 の共通部分の体積を T とする。

V_1, V_2, V_3 を合わせて得られる立体 V の体積を S と T を用いて表せ。

(4) ひきつづき r は(2)の条件をみたすとする。 S と T を求め, V の体積を決定せよ。

