[**東京大学 2017 年前期 理科 $\boxed{2}$**]

座標平面上で x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という。格子点上を次の規則に従って動く点 P を考える。

(a) 最初に，点 P は原点 O にある。

(b) ある時刻で点 P が格子点 $(m,\ n)$ にあるとき，その1秒後の点 P の位置は，

隣接する格子点 $(m+1,\ n),\ (m,\ n+1),\ (m-1,\ n),\ (m,\ n-1)$ のいずれかであり，

また，これらの点に移動する確率は，それぞれ $\dfrac{1}{4}$ である。

(1) 点 P が，最初から 6 秒後に直線 $y=x$ にある確率を求めよ。

(2) 点 P が，最初から 6 秒後に原点 O にある確率を求めよ。

---

(1) ①：$(m,\ n)\to(m+1,\ n)$

②：$(m,\ n)\to(m,\ n+1)$

③：$(m,\ n)\to(m-1,\ n)$

④：$(m,\ n)\to(m,\ n-1)$

点 P が最初から 6 秒後に直線 $y=x$ にあるのは，

①または②が３回，③または④が３回起こるときである。

①または②が起こる確率は $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$，③または④が起こる確率は $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$

であるから，求める確率は $${}_6\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$$

(2) 点 P が最初から 6 秒後に原点 O にあるのは，左右の移動回数と上下の移動回数が等しいときである。

これが起こるのは「①３回②３回」，「①２回②２回③１回④１回」，「①１回②１回③２回④２回」，

「③３回④３回」のときであり，求める確率は

$$\frac{6!}{3!3!}\left(\frac{1}{4}\right)^6+\frac{6!}{2!2!1!1!}\left(\frac{1}{4}\right)^6+\frac{6!}{1!1!2!2!}\left(\frac{1}{4}\right)^6+\frac{6!}{3!3!}\left(\frac{1}{4}\right)^6=\frac{20+180+180+20}{4^6}=\frac{25}{256}$$