[**東京大学 2017 年前期 文科 $\boxed{3}$**]

座標平面上で x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という。格子点上を次の規則（a），に（b）従って動く点Pを考える。

（a）最初に，点Pは原点Oにある。

（b）ある時刻で点Pが格子点 $(m,\ n)$ にあるとき，その1秒後の点Pの位置は，

隣接する格子点 $(m+1,\ n),\ (m,\ n+1),\ (m-1,\ n),\ (m,\ n-1)$ のいずれかであり，

また，これらの点に移動する確率は，それぞれ $\dfrac{1}{4}$ である。

(1) 最初から1秒後の点Pの座標を $(s,\ t)$ とする。$t-s=-1$ となる確率を求めよ。

(2) 点Pが，最初から6秒後に直線 $y=x$ 上にある確率を求めよ。

---

(1) 1秒後の点Pの座標は $(1,\ 0),\ (0,\ 1),\ (-1,\ 0),\ (0,\ -1)$ であり，これらの起こりやすさは同様に確からしい。そして，$t-s=-1$ となるのは，$(1,\ 0),\ (0,\ -1)$ の 2 つの場合である。

よって，求める確率は $\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

(2) ①：$(m,\ n)\to(m+1,\ n)$

②：$(m,\ n)\to(m,\ n+1)$

③：$(m,\ n)\to(m-1,\ n)$

④：$(m,\ n)\to(m,\ n-1)$

点Pが最初から6秒後に直線 $y=x$ にあるのは，

①または②が３回，③または④が３回起こるときである。

①または②が起こる確率は $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$，③または④が起こる確率は $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$

であるから，求める確率は ${}_6\mathrm{C}_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{5}{16}$