

[ 東京大学 2012 年前期 文科 1 ]



座標平面上の点  $(x, y)$  が次の方程式を満たす。  $2x^2 + 4xy + 3y^2 + 4x + 5y - 4 = 0$

このとき、 $x$  のとりうる最大の値を求めよ。



与式から  $3y^2 + (4x + 5)y + 2x^2 + 4x - 4 = 0$

これを満たす実数  $y$  が存在するための条件は

$$(4x + 5)^2 - 12(2x^2 + 4x - 4) \geq 0 \Leftrightarrow 8x^2 + 8x - 73 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2(2x)^2 + 4 \cdot 2x - 73 \leq 0$$

$$\frac{-2 - 5\sqrt{6}}{2} \leq 2x \leq \frac{-2 + 5\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{-2 - 5\sqrt{6}}{4} \leq x \leq \frac{-2 + 5\sqrt{6}}{4}$$

よって、 $x$  の最大値は  $\frac{-2 + 5\sqrt{6}}{4}$