

[東京大学 2008 年前期 文科 2]



白黒 2 種類のカードがたくさんある。そのうち 4 枚を手元にもっているとき、次の操作 (A) を考える。

(A) 手持ちの 4 枚の中から 1 枚を、確率 $\frac{1}{4}$ で選び出し、それを違う色のカードにとりかえる。

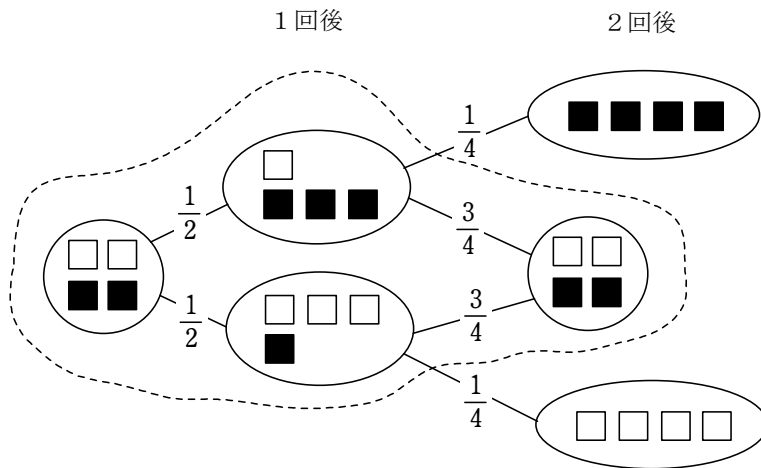
最初にもっている 4 枚のカードは、白黒それぞれ 2 枚であったとする。以下の問(1), (2)に答えよ。

(1) 操作 (A) を n 回繰り返した後に初めて、4 枚とも同じ色のカードになる確率を求めよ。

(2) 操作 (A) を n 回繰り返した後に初めて、4 枚とも同じ色のカードになる確率を求めよ。



(2) 2 回後までは図のようになり、2 回後は 4 枚とも同色になるか、最初の状態に戻る。



よって、題意の確率を p_n とおくと

(i) n が奇数のとき

$$p_n = 0$$

(ii) n が偶数のとき

題意が満たされるのは、図の破線で囲んだ状態を $\frac{n}{2} - 1$ 回繰り返して、

その 2 回後に 4 枚とも同色になる場合であるから $p_n = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{n}{2}-1} \cdot \frac{1}{4}$

(1) $n = 4$ として $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$