



次の問に答えよ。

- (1) 実数を成分とする行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$  ( $a^2 + b^2 \neq 0$ ) に対し,

$$B = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}^{-1}$$

とおく。行列  $B$  は  $B = \begin{pmatrix} r & s \\ s & t \end{pmatrix}$  の形であることを示し、 $r+t$ ,  $rt-s^2$  を  $a, b, c$  を用いて表せ。

- (2) 前問(1)において  $r^2 + s^2 \geq a^2 + b^2$  が成り立つことを示せ。

- (3) 実数  $a_n, b_n, c_n$  ( $n=0, 1, 2, \dots$ ) を次のように定める。

$$n=0 \text{ のとき } \begin{pmatrix} a_0 & b_0 \\ b_0 & c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$n \geq 1 \text{ のとき } \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ b_n & c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{n-1} & b_{n-1} \\ -b_{n-1} & a_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n-1} & b_{n-1} \\ b_{n-1} & c_{n-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{n-1} & b_{n-1} \\ -b_{n-1} & a_{n-1} \end{pmatrix}^{-1}$$

- (ア)  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$  を示せ。

- (イ)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n, \lim_{n \rightarrow \infty} c_n$  を求めよ。

