

[東京大学 2007 年前期 文科 1]



連立不等式 $y(y-|x^2-5|+4)\leq 0$, $y+x^2-2x-3\leq 0$ の表す領域を D とする。

(1) D を図示せよ。

(2) D の面積を求めよ。



(1) $y=|x^2-5|-4$ は,

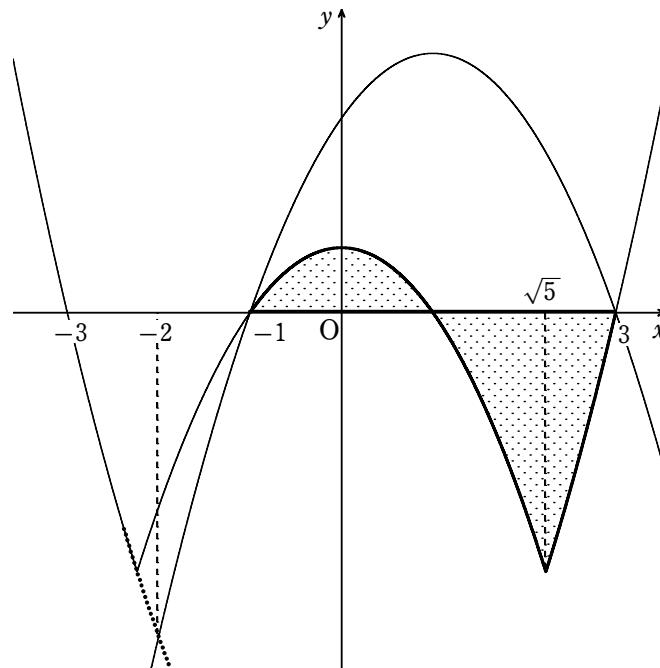
$$|x|\leq\sqrt{5} \text{ のとき } y=1-x^2 \quad \cdots\textcircled{1}$$

$$|x|\geq\sqrt{5} \text{ のとき } y=x^2-9 \quad \cdots\textcircled{2}$$

①と $y=-x^2+2x+3$ より $x=-1$

②と $y=-x^2+2x+3$ より $x^2-x-6=0 \Leftrightarrow (x+2)(x-3)=0$

よって、答えは図の打点部分。ただし、境界上の点を含む。



(2) 求める面積は

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 (1-x^2) dx + \int_1^{\sqrt{5}} (x^2-1) dx + \int_{\sqrt{5}}^3 (9-x^2) dx &= \frac{\{1-(-1)\}^3}{6} + \left[\frac{x^3}{3} - x \right]_1^{\sqrt{5}} + \left[9x - \frac{x^3}{3} \right]_{\sqrt{5}}^3 \\ &= 20 - \frac{20}{3} \sqrt{5} \end{aligned}$$