

[東京大学 2007 年前期 文科 1]



連立不等式 $y(y - |x^2 - 5| + 4) \leq 0$, $y + x^2 - 2x - 3 \leq 0$ の表す領域を D とする。

(1) D を図示せよ。

(2) D の面積を求めよ。





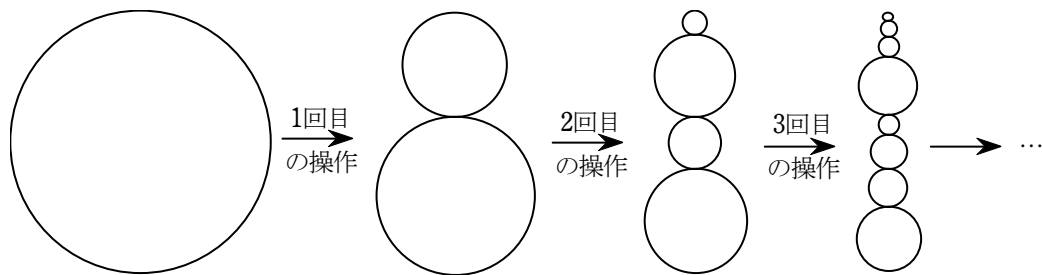
r は $0 < r < 1$ をみたす実数, n は 2 以上の整数とする。平面上に与えられた 1 つの円を, 次の条件

①, ②をみたす 2 つの円で置き換える操作 (P) を考える。

- ① 新しい 2 つの円の半径の比は $r : 1 - r$ で, 半径の和はもとの円の半径に等しい。
- ② 新しい 2 つの円は互いに外接し, もとの円に接する。

以下のようにして, 平面上に 2^n 個の円を作る。

- ・最初に平面上に半径 1 の円を描く。
- ・次に, この円に対して操作 (P) を行い, 2 つの円を得る (これを 1 回目の操作という)。
- ・ k 回目の操作で得られた 2^k 個のそれぞれの円について, 操作 (P) を行い, 2^{k+1} 個の円を得る ($1 \leq k \leq n-1$)。



- (1) n 回目の操作で得られる 2^n 個の円の周の長さの和を求めよ。
- (2) 2 回目の操作で得られる 4 つの円の面積の和を求めよ。
- (3) n 回目の操作で得られる 2^n 個の円の面積の和を求めよ。



[東京大学 2007 年前期 文科 3]



正の整数で下 2 桁とは, 100 の位以上を無視した数をいう。

たとえば 2000, 12345 の下 2 桁はそれぞれ 0, 45 である。

m が正の整数全体を動くとき, $5m^4$ の下 2 桁として現れる数をすべて求めよ。



[東京大学 2007 年前期 文科 4]



表が出る確率が p ，裏が出る確率が $1-p$ のあるような硬貨がある。ただし， $0 < p < 1$ とする。

この硬貨を投げて，次のルール (R) の下で，ブロック積みゲームを行う。

- (R) $\left\{ \begin{array}{l} \text{① ブロックの高さは，最初は } 0 \text{ とする。} \\ \text{② 硬貨を投げて表が出れば高さ } 1 \text{ のブロックを } 1 \text{ つ積み上げ，裏が出ればブロックを} \\ \text{すべて取り除いて高さ } 0 \text{ に戻す。} \end{array} \right.$

n を正の整数， m を $0 \leq m \leq n$ をみたす整数とする。

(1) n 回硬貨を投げたとき，最初にブロックの高さが m となる確率 p_m を求めよ。

(2) (1) で，最後にブロックの高さが m 以下となる確率 q_m を求めよ。

(3) ルール (R) の下で， n 回の硬貨投げを独立に 2 度行い，それぞれ最後のブロックの高さを考える。

2 度のうち，高い方のブロックの高さが m である確率 r_m を求めよ。

ただし，最後のブロックの高さが等しいときはその値を考えるものとする。

