



10 枚のカードに 1 から 10 までの数が 1 つずつ書かれている。これらのカードを用いた次のようなゲームを考える。 r を自然数とする。このゲームは最大 r ラウンドからなり、第 1 ラウンドから始まる。各ラウンドで、プレイヤーは、10 枚のカードから 1 枚のカードを抜き出し、その数を見てから、「停止」または「続行」のいずれかを選択する。「停止」を選択した場合は、そのラウンドでゲームは終了し、最後に抜き出したカードに書かれた数が得点となる。「続行」を選択した場合は、抜き出したカードをもとにもどして、次のラウンドを実行する。最終ラウンドでは、「停止」しか選択できず、そのラウンドで抜き出したカードに書かれた数が得点となる。ただし、各ラウンドで、どのカードも等しい確率 $\frac{1}{10}$ で抜き出されるものとする。

抜き出したカードに書かれた数 x によって「停止」または「続行」を選択する規則を、そのラウンドにおける戦略という。戦略はラウンドごとに、0 または 1 の値をとる関数

$$f(x) \quad (x=1, 2, \dots, 10)$$

によって、 $f(x)=0$ ならば「続行」、 $f(x)=1$ ならば「停止」と定める。

- (1) k は $1 \leq k < 10$ を満たす自然数とする。関数 $f_k(x)$ を $f_k(x) = \begin{cases} 0 & (1 \leq x \leq k) \\ 1 & (k < x \leq 10) \end{cases}$ とする。

最終ラウンドをのぞくすべてのラウンドで、 $f_k(x)$ によって定まる戦略を採用したときの得点の期待値を r と k で表せ。

- (2) ラウンド数 r が 2 のとき、得点の期待値が最大となるような、第 1 ラウンドでの戦略を与え、そのときの得点の期待値を求めよ。
- (3) ラウンド数 r が 3 のとき、得点の期待値が最大となるような、第 1 ラウンドおよび第 2 ラウンドでの戦略をそれぞれ与え、そのときの得点の期待値を求めよ。

