

[東京大学 2005 年前期 理科 5]



N を 1 以上の整数とする。数字 $1, 2, \dots, N$ が書かれたカードを 1 枚ずつ、計 N 枚用意し、甲、乙のふたりが次の手順でゲームを行う。

(i) 甲が 1 枚カードをひく。そのカードに書かれた数を a とする。ひいたカードはもとに戻す。

(ii) 甲はもう 1 回カードをひくかどうかを選択する。ひいた場合は、そのカードに書かれた数を b とする。ひいたカードはもとに戻す。ひかなかった場合は、 $b=0$ とする。 $a+b > N$ の場合は乙の勝ちとし、ゲームは終了する。

(iii) $a+b \leq N$ の場合は、乙が 1 枚カードをひく。そのカードに書かれた数を c とする。ひいたカードはもとに戻す。 $a+b < c$ の場合は乙の勝ちとし、ゲームは終了する。

(iv) $a+b \geq c$ の場合は、乙はもう 1 枚カードをひく。そのカードに書かれた数を d とする。 $a+b < c+d \leq N$ の場合は乙の勝ちとし、それ以外の場合は甲の勝ちとする。

(iii) の段階で、甲にとってどちらの選択が有利であるかを、 a の値に応じて考える。以下の問いに答えよ。

(1) 甲が 2 回目にカードをひかないことにしたとき、甲の勝つ確率を a を用いて表せ。

(2) 甲が 2 回目にカードをひくことにしたとき、甲の勝つ確率を a を用いて表せ。

ただし、各カードがひかれる確率は等しいものとする。

