

[東京大学 2005 年前期 理科 3]



関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{1}{2}x\{1 + e^{-2(x-1)}\}$ とする。ただし、 e は自然対数の底である。

(1) $x > \frac{1}{2}$ ならば $0 \leq f'(x) < \frac{1}{2}$ であることを示せ。

(2) x_0 を正の数とするとき、数列 $\{x_n\}$ ($n=1, 2, \dots$) を、 $x_{n+1} = f(x_n)$ によって定める。

$x_0 > \frac{1}{2}$ であれば、 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ であることを示せ。

