

[ 東京大学 2003 年前期 理科 6 ]



円周率が 3.05 より大きいことを証明せよ。



円周率は、「円周の長さの直径の長さに対する比」である。

半径 1 の円周に正 12 角形が内接しているものとする。

正 12 角形の 1 辺の長さを  $x$  とすると、余弦定理より

$$\begin{aligned}x^2 &= 1^2 + 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 30^\circ \\ &= 2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

ここで、 $1.73 < \sqrt{3} < 1.74$  であるから  $2 - \sqrt{3} > 0.26$  である。

また、円周の長さと正 12 角形の周の長さの関係から  $2\pi > 12x \Leftrightarrow \pi^2 > 36x^2$  なので

$$\pi^2 > 36 \times 0.26 = 9.36 > 3.05^2 = 9.3025$$

となる。よって  $\pi > 3.05$  が成り立つ。

