［ 東京大学 2002 年前期 文科 $\boxed{4}$ ］

円周上に m 個の赤い点と n 個の青い点を任意の順序に並べる。これらの点により，円周は $m+n$ 個の弧に分けられる。このとき，これらの弧のうち両端の点の色が異なるものの数は偶数であることを証明せよ。ただし， $m \geqq 1,\ n \geqq 1$ であるとする。

1 個の赤い点に着目する。

ここから反時計回りに点の色を見ていくとき，

2 つの点の並びが「赤青」の順のものをＡ，「青赤」の順のものをＢとする。

2 つの点の並びが「赤赤」「青青」のものを無視すると，

Ａ → Ｂ → Ａ → Ｂ → …… → Ａ → Ｂ

の順に並び，最後はＢで終わる。

よって，ＡとＢの数は同数になるから，両端の色が異なるものは偶数個である。