[東京大学 2001 年前期 文科 $\boxed{1}$]

☆ ☆

半径 r の球面上に 4 点 A, B, C, D がある。四面体 ABCD の各辺の長さは,

$$\mathrm{AB}=\sqrt{3},\ \mathrm{AC}=\mathrm{AD}=\mathrm{BC}=\mathrm{BD}=\mathrm{CD}=2$$

を満たしている。このとき r の値を求めよ。

☆ ☆

[東京大学 2001 年前期 文科 $\boxed{2}$]

☆―――――――――――――――――――――――――――――――――――☆

時刻 0 に原点を出発した 2 点 A, B が xy 平面上を動く。点 A の時刻 t での座標は $(t^2,\ 0)$ で与えられる。点 B は，最初は y 軸上を y 座標が増加する方向に一定の速さ 1 で動くが，点 C$(0,\ 3)$ に到達した後は，その点から x 軸に平行な直線上を x 座標が増加する方向に同じ速さ 1 で動く。

$t>0$ のとき，三角形 ABC の面積を $S(t)$ とおく。

(1) 関数 $S(t)$ $(t>0)$ のグラフの概形を描け。

(2) u を正の実数とするとき，$0<t \leqq u$ における $S(t)$ の最大値を $M(u)$ とおく。

関数 $M(u)$ $(u>0)$ のグラフの概形を描け。

☆―――――――――――――――――――――――――――――――――――☆

［ 東京大学 2001 年前期 文科 $\boxed{3}$ ］

☆ ☆

コインを投げる試行の結果によって，数直線上にある 2 点 A, B を次のように動かす。

表が出た場合：点 A の座標が点 B の座標より大きいときは， A と B を共に正の方向に 1 動かす。

そうでないときは， A のみ正の方向に 1 動かす。

裏が出た場合：点 B の座標が点 A の座標より大きいときは， A と B を共に正の方向に 1 動かす。

そうでないときは， B のみ正の方向に 1 動かす。

最初 A, B は原点にあるものとし，上記の試行を n 回繰り返して A と B を動かしていった結果，A, B の到達した点の座標をそれぞれ a, b とする。

(1) n 回コインを投げたときの表裏の出方の場合の数 2^n 通りのうち， $a=b$ となる場合の数を X_n とおく。X_{n+1} と X_n の関係式を求めよ。

(2) X_n を求めよ。

☆ ☆

［ 東京大学 2001 年前期 文科 $\boxed{4}$ ］

白石 180 個と黒石 181 個の合わせて 361 個の碁石が横に一列に並んでいる。碁石がどのように並んでいても，次の条件を満たす黒の碁石が少なくとも一つあることを示せ。

その黒の碁石とそれより右にある碁石をすべて除くと，残りは白石と黒石が同数となる。ただし，碁石が一つも残らない場合も同数とみなす。