



容量 1 リットルの  $m$  個のビーカー( ガラス容器 )に水が入っている。  $m - 4$  で空のビーカーは無い。入っている水の総量は 1 リットルである。また  $x$  リットルの水が入っているビーカーがただ一つあり、その他のビーカーには  $x$  リットル未満の水しか入っていない。

このとき、水の入っているビーカーが 2 個になるまで、次の (a) から (c) までの操作を、順に繰り返し行う。

- (a) 入っている水の量が最も少ないビーカーを一つ選ぶ。
- (b) さらに、残りのビーカーの中から、入っている水の量が最も少ないものを一つ選ぶ。
- (c) 次に、(a) で選んだビーカーの水を (b) で選んだビーカーにすべて移し、空になったビーカーを取り除く。

この操作の過程で、入っている水の量が最も少ないビーカーの選び方が一通りに決まらないときは、そのうちいずれも選ばれる可能性があるものとする。

(1)  $x < \frac{1}{3}$  のとき、最初に  $x$  リットルの水の入っていたビーカーは、操作の途中で空になって取り除

かれるか、または最後まで残って水の量が増えていることを証明せよ。

(2)  $x > \frac{2}{5}$  のとき、最初に  $x$  リットルの水の入っていたビーカーは、最後まで  $x$  リットルの水が入っ

たままで残ることを証明せよ。

