$a>0$ とする。正の整数 n に対して，区間 $0 \leqq x \leqq a$ を n 等分する点の集合

$$\left\{\ 0,\ \frac{a}{n},\ \cdots,\ \frac{n-1}{n}a,\ a\ \right\}$$

の上で定義された関数 $f_n(x)$ があり，次の方程式を満たす。

$$\begin{cases} f_n(0)=c \\ \dfrac{f_n((k+1)h)-f_n(kh)}{h}\{1-f_n(kh)\}f_n((k+1)h) \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad (k=0,\ 1,\ \cdots,\ n-1) \end{cases}$$

ただし，$h=\dfrac{a}{n}$, $c>0$ である。このとき，以下の問いに答えよ。

(1) $p_k=\dfrac{1}{f_n(kh)}$ $(k=0,\ 1,\ \cdots,\ n)$ とおいて p_k を求めよ。

(2) $g(a)=\lim\limits_{n\to\infty} f_n(a)$ とおく。$g(a)$ を求めよ。

(3) $c=2,\ 1,\ \dfrac{1}{4}$ それぞれの場合について，$y=g(x)$ の $x>0$ でのグラフをかけ。