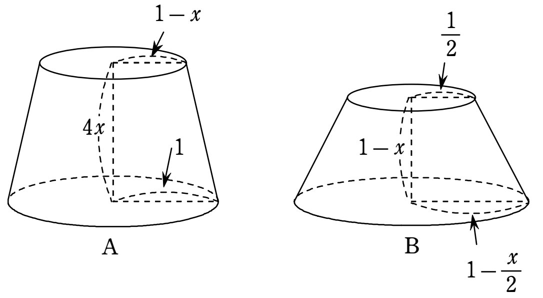
[東京大学 2000 年前期 文科 $\boxed{1}$]

図のように底面の半径 1，上面の半径$1-x$，高さ$4x$の直円すい台 A と，底面の半径$1-\dfrac{x}{2}$，上面の半径$\dfrac{1}{2}$，高さ$1-x$の直円すい台 B がある。ただし，$0 \leqq x \leqq 1$である。A と B の体積の和を$V(x)$とするとき，$V(x)$の最大値を求めよ。



[東京大学 2000 年前期 文科 $\boxed{2}$]

xy 平面内の領域

$$-1 \leqq x \leqq 1,\ -1 \leqq y \leqq 1$$

において

$$1 - ax - by - axy$$

の最小値が正となるような定数 $a,\ b$ を座標とする点 $(a,\ b)$ の範囲を図示せよ。

[東京大学 2000 年前期 文科 $\boxed{3}$]

☆ ☆

正四面体の各頂点を A_1, A_2, A_3, A_4 とする。ある頂点にいる動点 X は，同じ頂点にとどまることなく，1 秒ごとに他の 3 つの頂点に同じ確率で移動する。X が A_i に n 秒後に存在する確率を $P_i(n)$ $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ で表す。

$$P_1(0) = \frac{1}{4},\ P_2(0) = \frac{1}{2},\ P_3(0) = \frac{1}{8},\ P_4(0) = \frac{1}{8}$$

とするとき，$P_1(n)$ と $P_2(n)$ $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ を求めよ。

☆ ☆

[東京大学 2000 年前期 文科 $\boxed{4}$]

複素数平面上の原点以外の相異なる 2 点 $\mathrm{P}(\alpha)$, $\mathrm{Q}(\beta)$ を考える。$\mathrm{P}(\alpha)$, $\mathrm{Q}(\beta)$ を通る直線を ℓ, 原点から ℓ に引いた垂線と ℓ の交点を $\mathrm{R}(w)$ とする。ただし，複素数 γ が表す点 C を $\mathrm{C}(\gamma)$ とかく。このとき,

「$w=\alpha\beta$ であるための必要十分条件は，$\mathrm{P}(\alpha)$, $\mathrm{Q}(\beta)$ が中心 $\mathrm{A}\left(\dfrac{1}{2}\right)$，半径 $\dfrac{1}{2}$ の円周上にあることである。」

を示せ。