



複素数 z_n ($n=1, 2, \dots$) を $z_1=1, z_{n+1}=(3+4i)z_n+1$ によって定める。ただし i は虚数単位であり、また、複素数 $z=x+iy$ (x, y は実数) に対して、 $|z|$ を

$$|z|=\sqrt{x^2+y^2}$$

で定義する。

(1) すべての自然数 n について $\frac{3 \times 5^{n-1}}{4} < |z_n| < \frac{5^n}{4}$ が成り立つことを示せ。

(2) 実数 $r > 0$ に対して、 $|z_n| < r$ を満たす z_n の個数を $f(r)$ とおく。

このとき、 $\lim_{r \rightarrow +\infty} \frac{f(r)}{\log r}$ を求めよ。

