[東京大学 1998 年前期 文科 $\boxed{1}$]

a は 0 でない実数とする。関数

$$f(x)=(3x^2-4)\left(x-a+\frac{1}{a}\right)$$

の極大値と極小値の差が最小となる a の値を求めよ。

[東京大学 1998 年前期 文科 $\boxed{2}$]

$a,\ b$ は実数で，$b \neq 0$ とする。xy 平面に原点 O(0, 0) および 2 点 P(1, 0)，Q$(a,\ b)$ をとる。

(1) △OPQ が鋭角三角形となるための $a,\ b$ の条件を不等式で表し，点 $(a,\ b)$ の範囲を ab 平面上に図示せよ。

(2) $m,\ n$ を整数とする。$a,\ b$ が(1)で求めた条件を満たすとき，不等式

$$(m+na)^2-(m+na)+n^2b^2 \geqq 0$$

が成り立つことを示せ。

[東京大学 1998 年前期 文科 $\boxed{3}$]

(1) x は $0^\circ \leqq x \leqq 90^\circ$ を満たす角とする。

$$\begin{cases} \sin y = |\sin 4x| \\ \cos y = |\cos 4x| \\ 0^\circ \leqq y \leqq 90^\circ \end{cases}$$

となる y を x で表し，そのグラフを xy 平面上に図示せよ。

(2) α は $0^\circ \leqq \alpha \leqq 90^\circ$ を満たす角とする。$0^\circ \leqq \theta_n \leqq 90^\circ$ を満たす角 θ_n, $n = 1, 2, \cdots$ を

$$\begin{cases} \theta_1 = \alpha \\ \sin \theta_{n+1} = |\sin 4\theta_n| \\ \cos \theta_{n+1} = |\cos 4\theta_n| \end{cases}$$

で定める。k を 2 以上の整数として，$\theta_k = 0^\circ$ となる α の個数を k で表せ。

[東京大学 1998 年前期 文科 $\boxed{4}$]

☆──────────────────────────────────────☆

xyz 空間に 3 点 A(1, 0, 0), B(−1, 0, 0), C(0, $\sqrt{3}$, 0) をとる。△ABC を 1 つの面とし，$z \geqq 0$ の部分に含まれる正四面体 ABCD をとる。さらに△ABD を 1 つの面とし，点 C と異なる点 E をもう 1 つの頂点とする正四面体 ABDE をとる。

(1) 点 E の座標を求めよ。

(2) 正四面体 ABDE の $y \leqq 0$ の部分の体積を求めよ。

☆──────────────────────────────────────☆