



ボタンを 1 回押す毎に, 1 以上  $N$  以下の整数を, 同じ確率で 1 つずつ発生する機械がある。複数回ボタンを押した場合, どの整数が発生するかについての確率は, どの回においても他の回とお互いに独立であるとする。この機械には, 発生した整数の下 4 桁のみを表示する表示装置が接続されており, 4 桁未満の数については, 欠けている桁に 0 を入れて 4 桁にして表示される。たとえば, 発生した整数が 925 のときは 0925 が, 12320 のときは 2320 が表示される。

2 回ボタンを押したとき, 同じ数字が表示される確率を  $p_N$  とする。

- (1)  $p_{10000}$  を求めよ。
- (2)  $p_{10000}$  と  $p_{10001}$  は, どちらが大きいかを判断し, その差を有効数字 1 桁で答えよ。
- (3) 確率  $p_{10000}, p_{10001}, \dots, p_{20000}$  のうち, 最小の値を  $q$ , 最大の値を  $r$  とおく。  $q$  と  $r$  を求めよ。
- (4)  $N$  を 10000 以上の整数とするとき,  $q$   $p_N$   $r$  を示せ。

