

[東京大学 1997 年前期 理科 3]



r は $0 < r < 1$ を満たす実数とする。xyz 空間に原点 $O(0, 0, 0)$ と 2 点 $A(1, 0, 0)$, $B(1, 0, 0)$ をとる。

(1) xyz 空間の点 P で条件

$$|\overline{PA}| = |\overline{PB}| = r|\overline{PO}|$$

を満たすものが存在するような r の範囲を求めよ。

(2) 点 P が(1)の条件を満たして動くとき, 内積 $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ の最大値, 最小値を r の関数と考えてそれぞれ $M(r), m(r)$ で表す。このとき, 左からの極限

$$\lim_{r \rightarrow 1-0} (1-r)^2 \{M(r) - m(r)\}$$

を求めよ。

