

[東京大学 1997 年前期 文科 1]



a, b は実数で

$$a^2 + b^2 = 16, a^3 + b^3 = 44$$

を満たしている。このとき,

- (1) $a + b$ の値を求めよ。
- (2) n を 2 以上の整数とするととき, $a^n + b^n$ は 4 で割り切れる整数であることを示せ。



[東京大学 1997 年前期 文科 2]



a, b を正の数とし, xy 平面の 2 点 $A(a, 0)$ および $B(0, b)$ を頂点とする正三角形を ABC とする。

ただし, C は第 1 象限の点とする。

(1) 三角形 ABC が正方形 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ に含まれるような (a, b) の範囲を求めよ。

(2) (a, b) が(1)の範囲を動くとき, 三角形 ABC の面積 S が最大となるような (a, b) を求めよ。また, そのときの S の値を求めよ。



[東京大学 1997 年前期 文科 3]



r を正の数とする。 xyz 空間に原点 $O(0, 0, 0)$ と 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$ をとる。
 xyz 空間の点 P で

$$|\overline{PA}| = |\overline{PB}| = r |\overline{PO}|, |\overline{PC}| = |\overline{PO}|$$

を満たすものが 2 つ存在するための r の条件を求めよ。さらに , この 2 点の座標を r を用いて表せ。



[東京大学 1997 年前期 文科 4]



$0 < t < 1$ を満たす実数 t に対して, xy 平面上の点 A, B を



$$A\left(\frac{2(t^2+t+1)}{3(t+1)}, -2\right), B\left(\frac{2}{3}t, -2t\right)$$

と定める。 t が $0 < t < 1$ を動くとき, 直線 AB の通りうる範囲を図示せよ。

