



パスカルの三角形の第 n 行の部分 and

$$P_n = \sum_{k=0}^n {}_n C_{3k}, \quad Q_n = \sum_{k=0}^n {}_n C_{3k+1}, \quad R_n = \sum_{k=0}^n {}_n C_{3k+2}$$

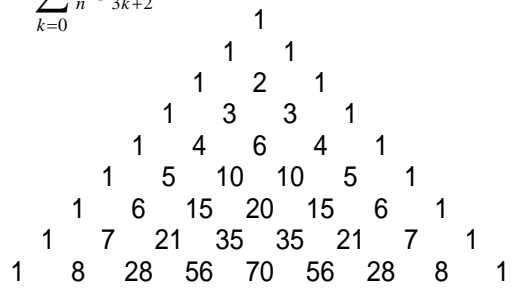
として数列 $\{P_n\}, \{Q_n\}, \{R_n\}$ を定義する。

ただし, $k > n$ のとき ${}_n C_k = 0$ とする。

(1) $P_{n+1}, Q_{n+1}, R_{n+1}$ を P_n, Q_n, R_n で表せ。

(2) 一般項 P_n, Q_n, R_n を求めよ。

(3) P_{12}, Q_{12}, R_{12} を求めよ。



[東京大学 1995 年後期 2]



平面上に 2 点 P, Q があり, P と Q の距離は 1 であるとする。このとき, 次の (条件) を満たす三角形 ABC の面積 S の最大値を求めたい。

(条件) 三角形 ABC は与えられた平面上にあり, 各頂点 A, B, C から P までの距離または Q までの距離のうち, 少なくとも一方は 1 以下である。

(1) P を中心とする半径 1 の円周を E, Q を中心とする半径 1 の円周を F とする。

上の (条件) の下で最大面積をもつ三角形の頂点 A, B, C はそれぞれ E または F の上にあることを示せ。

(2) この二つの頂点 A, B は円周 E 上にあるとして, この円の中心 P から弦 AB におろした垂線の長さを p とする。 p を固定したとき, (条件) を満たす三角形 ABC の面積 S が最大となるならば, 直線 AB と直線 PQ は直交することを示せ。

(3) (条件) を満たす三角形 ABC の面積 S の最大値を求めよ。





1 から 13 まで ,それぞれ違った数字が書かれたカードが 1 枚ずつ 13 枚ある。このカードを使って , A と B の 2 人が次のルールでゲームをする。

A と B は最初に 2 枚ずつカードを持つ。相手のカードの数字は見えない。

まず , A が 1 枚のカードを数字が見えるようにして出し , B はそれを見て 1 枚のカードを出す。数字の大きいカードを出したものが 1 点を得る。

次に , 残りのカードを出しあって , 数字の大きいカードを出したものが 1 点を得る。

この際 , A と B はおのおのの得点が最大となるようにカードを出すものとする。

- (1) カードが配られた後 , A は手持ちのカードのうち , 数字の大きいものを最初に出した方が有利か , 不利か , あるいはどちらを出しても同じか。
- (2) A , B に無作為に 2 枚ずつカードを配った場合 , A の得る得点の期待値を求めよ。
- (3) A はカードの数字の合計が 14 となるような 2 枚のカードを最初を選んで持っているものとする。 B は残りのカードから無作為に 2 枚のカードを選んでゲームを行う。この場合 , A ははじめにどのようにカードを選べば A の得る得点の期待値が最大となるか , また最小となるか。それぞれの得点の期待値を求めよ。

