

[東京大学 1995 年後期 2]



平面上に 2 点 P, Q があり, P と Q の距離は 1 であるとする。このとき, 次の (条件) を満たす三角形 ABC の面積 S の最大値を求めたい。

(条件) 三角形 ABC は与えられた平面上にあり, 各頂点 A, B, C から P までの距離または Q までの距離のうち, 少なくとも一方は 1 以下である。

(1) P を中心とする半径 1 の円周を E, Q を中心とする半径 1 の円周を F とする。

上の (条件) の下で最大面積をもつ三角形の頂点 A, B, C はそれぞれ E または F の上にあることを示せ。

(2) この二つの頂点 A, B は円周 E 上にあるとして, この円の中心 P から弦 AB におろした垂線の長さを p とする。 p を固定したとき, (条件) を満たす三角形 ABC の面積 S が最大となるならば, 直線 AB と直線 PQ は直交することを示せ。

(3) (条件) を満たす三角形 ABC の面積 S の最大値を求めよ。

