

[東京大学 1993 年後期 1]



n を 3 以上の自然数とする。 xy 平面上, 原点を中心とし, 点 $(1, 0)$ をひとつの頂点にもつ正 n 角形を P とする。

- (1) P の像が P に完全に重なるような 1 次変換を表す行列をすべて求めよ。
- (2) (1) で求めた行列のすべての和を求めよ。



[東京大学 1993 年後期 2]



xy 平面において、直線 l と点 A の距離を $d(l, A)$ と書くことにする。さらに相異なる 3 点 $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$, $C = (x_3, y_3)$ が与えられたとき

$$f(l) = d(l, A)^2 + d(l, B)^2 + d(l, C)^2 \quad \text{とおく。}$$

- (1) ある与えられた直線に平行な直線のうち、 $f(l)$ を最小にする直線 l_0 は三角形 ABC の重心を通ることを示せ。
- (2) 相異なる 3 本の直線が $f(l)$ を最小にするならば、三角形 ABC は正三角形であることを示せ。



[東京大学 1993 年後期 3]



放物線の一部 $y = x^2$, $0 \leq x \leq 2$ を y 軸のまわりに回転してできる回転体型の容器に水を満たし, このなかに, 半径 r の鉛の球を, それが容器につかえて止まるまでゆっくり沈めた。ただし, 鉛直線を y 軸とする。このとき, 次の問いに答えよ。

- (1) もとの水面に高さから球の中心の高さを引いた差 s を r の関数として表せ。
- (2) あふれ出る水の体積を最大にする r の値を求めよ。

