[東京大学 1992 年前期 文科 $\boxed{3}$]

☆ ☆

$p_1=1,\ p_2=1,\ p_{n+2}=p_n+p_{n+1}\ (n≧1)$ によって定義される数列 $\{p_n\}$ をフィボナッチ数列といい，その一般項は

$$p_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n\right\}$$

で与えられる。必要ならばこの事実を用いて，次の問いに答えよ。

各桁の数字が 0 か 1 であるような自然数の列 $X_n\ (n=1,\ 2,\cdots\cdots)$ を次のように定める。

(i) $X_1=1$

(ii) X_n のある桁の数字 α が 0 ならば α を 1 で置き換え，α が 1 ならば α を‘ 10 ’で置き換える。X_n の各桁ごとにこのような置き換えを行って得られる自然数を X_{n+1} とする。

たとえば，$X_1=1,\ X_2=10,\ X_3=101,\ X_4=10110,\ X_5=10110101,\ \cdots\cdots$ となる。

(1) X_n の桁数 a_n を求めよ。

(2) X_n の中に‘ 01 ’という配列が現れる回数 b_n を求めよ

（たとえば，$b_1=0,\ b_2=0,\ b_3=1,\ b_4=1,\ b_5=3,\ \cdots\cdots$）。

☆ ☆