[東京大学 1991 年前期 理科 $\boxed{6}$]

$f(x)$ は $x>0$ で定義された連続な関数で，$0<x_1<x_2$ ならば，つねに $f(x_1)>f(x_2)>0$ であるものとし，$S(x)=\int_x^{2x} f(t)\,dt$ とおく。このとき，$S(1)=1$ であり，さらに任意の $a>0$ に対して，原点と点 $(a,\ f(a))$，原点と点 $(2a,\ f(2a))$ を結ぶ 2 直線と曲線 $y=f(x)$ とで囲まれる部分の面積は $3S(a)$ に等しいものとする。

(1) $S(x),\ f(x)-2f(2x)$ をそれぞれ x の関数として表せ。

(2) $x>0$ に対して，$a(x)=\lim_{n\to\infty} 2^n f(2^n x)$ とおく。積分 $\int_x^{2x} a(t)\,dt$ の値を求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ を決定せよ。