



(1) $h > 0$ とする。座標平面上の点 $O(0, 0)$, 点 $P(h, s)$, 点 $Q(h, t)$ に対して三角形 OPQ の面積を S とする。ただし, $s < t$ とする。

三角形 OPQ の辺 OP, OQ, PQ の長さをそれぞれ p, q, r とするとき, 不等式

$$p^2 + q^2 + r^2 \geq 4\sqrt{3}S$$

が成り立つことを示せ。また, 等号が成立するときの s, t の値を求めよ。

(2) 四面体 $ABCD$ の表面積を T , 辺 BC, CA, AB の長さをそれぞれ a, b, c とし, 辺 AD, BD, CD の長さをそれぞれ ℓ, m, n とする。このとき, 不等式

$$a^2 + b^2 + c^2 + \ell^2 + m^2 + n^2 \geq 2\sqrt{3}T$$

が成り立つことを示せ。また, 等号が成立するのは四面体 $ABCD$ がどのような四面体のときか答えよ。

