

[東京工業大学 2017 年前期 1]



次の条件 (i) (ii) をともに満たす正の整数 N をすべて求めよ。

(i) N の正の約数は12個

(ii) N の正の約数を小さい方から順に並べたとき, 7番目の数は12。

ただし, N の約数には1と N も含める。



[東京工業大学 2017 年前期 2]



実数 x の関数 $f(x) = \int_x^{x+\frac{\pi}{2}} \frac{|\sin t|}{1+\sin^2 t} dt$ の最大値と最小値を求めよ。



[東京工業大学 2017 年前期 3]

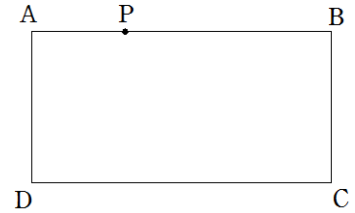


a を 1 以上の実数とする。図のような長方形の折り紙 $ABCD$ が机の上に置かれている。

ただし、 $AD=1$ 、 $AB=a$ である。 P を辺 AB 上の点とし、 $AP=x$ とする。

頂点 D を持ち上げて P と一致するように折り紙を一回折った

とき、もとの長方形 $ABCD$ からはみ出る部分の面積を S とする。



(1) S を a と x で表せ。

(2) $a=1$ とする。 P が A から B まで動くとき、 S を最大にするような x の値を求めよ。

なお配布された白紙を自由に使ってよい。(白紙は回収しない。)



[東京工業大学 2017 年前期 4]



n は正の整数とし、文字 a, b, c を重複を許して n 個並べてできる文字列すべての集合を A_n とする。

A_n の要素に対し次の条件 (*) を考える。

(*) 文字 c が 2 つ以上連続して現れない。

以下 A_n から要素を一つ選ぶとき、どの要素も同じ確率で選ばれるとする。

(1) A_n から要素を一つ選ぶとき、それが条件 (*) を満たす確率 $P(n)$ を求めよ。

(2) $n \geq 12$ とする。 A_n から要素を一つ選んだところ、これは条件 (*) を満たし、その 7 番目の文字は c であった。このとき、この要素の 10 番目の文字が c である確率を $Q(n)$ とする。

極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} Q(n)$ を求めよ。



[東京工業大学 2017 年前期 5]



実数 a, b, c に対して, $F(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1$, $f(x) = x^2 + cx + 1$ とおく。

また, 複素数平面内の単位円周から 2 点 $1, -1$ を除いたものを T とする。

- (1) $f(x) = 0$ の解がすべて T 上にあるための必要十分条件を c を用いて表せ。
- (2) $F(x) = 0$ の解がすべて T 上にあるならば, $F(x) = (x^2 + c_1x + 1)(x^2 + c_2x + 1)$ を満たす実数 c_1, c_2 が存在することを示せ。
- (3) $F(x) = 0$ の解がすべて T 上にあるための必要十分条件を a, b を用いて表し, それを満たす点 (a, b) の範囲を座標平面上に図示せよ。

