

[ 東京工業大学 2017 年前期 5 ]



実数  $a, b, c$  に対して,  $F(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1$ ,  $f(x) = x^2 + cx + 1$  とおく。

また, 複素数平面内の単位円周から 2 点  $1, -1$  を除いたものを  $T$  とする。

- (1)  $f(x) = 0$  の解がすべて  $T$  上にあるための必要十分条件を  $c$  を用いて表せ。
- (2)  $F(x) = 0$  の解がすべて  $T$  上にあるならば,  $F(x) = (x^2 + c_1x + 1)(x^2 + c_2x + 1)$  を満たす実数  $c_1, c_2$  が存在することを示せ。
- (3)  $F(x) = 0$  の解がすべて  $T$  上にあるための必要十分条件を  $a, b$  を用いて表し, それを満たす点  $(a, b)$  の範囲を座標平面上に図示せよ。

