

[東京工業大学 2010 年 第 1 類特別入試 1]



この試験は現時点での諸君の論理的理解力の習熟度を測るためのものであり、あまりに乱暴な字ではその役に立ちません。できるだけ丁寧な字で、採点員が論理を追い易いように各自工夫し、結論ははっきりと記述してください。

xy 平面の n 個の点 $\left(\cos \frac{2k\pi}{n}, \sin \frac{2k\pi}{n} \right)$ ($k = 1, 2, \dots, n$) を頂点とする正 n 角形の周および内部を D_n とする。このとき、 $D_3, D_4, D_5, D_6, \dots$ の共通部分の面積を求めよ。



[東京工業大学 2010 年 第 1 類特別入試 2]



x の 5 次式 $f(x)$ のグラフ $C: y = f(x)$ が平行な 2 直線 L, M のそれぞれと 2 点で接しているような C, L, M の実例を 1 つみつけよ。また、その例について、 C と L の交点と 2 つの接点との 3 点により L から切り取られる 2 つの線分の長さの比を求めよ。



[東京工業大学 2010 年 第 1 類特別入試 3]



放物線 $y = x^2$ 上の右から原点に近づく点列 $A_n(a_n, a_n^2)$ ($n = 1, 2, \dots$) と, x 軸上の右から原点に近づく点列 $B_n(b_n, 0)$ ($n = 1, 2, \dots$) があって, $\triangle A_n B_n B_{n-1}$ はすべての $n = 1, 2, \dots$ に対し正三角形を成しており, $a_1 = 1$ であるとき, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ および $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^3$ を求めよ。



[東京工業大学 2010 年 第 1 類特別入試 4]



xyz 空間内の 3 つの部分集合

$$A = \{(x, y, z) \mid |x| \leq 1, y^2 + z^2 \leq 1\}$$

$$B = \{(x, y, z) \mid |y| \leq 1, x^2 + z^2 \leq 1\}$$

$$C = \{(x, y, z) \mid |z| \leq 1, x^2 + y^2 \leq 1\}$$

の和集合 $A \cup B \cup C$ の体積を求めよ。

