

[東京工業大学 2009 年前期 1]



点 P から放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ へ 2 本の接線が引けるとき, 2 つの接点を A, B とし, 線分 PA, PB およ

びこの放物線で囲まれる図形の面積を S とする。 PA, PB が直交するときの S の最小値を求めよ。



[東京工業大学 2009 年前期 2]



実数 a に対し, 次の 1 次変換

$$f(x, y) = (ax + (a-2)y, (a-2)x + ay)$$

を考える。以下の 2 条件をみたす直線 L が存在するような a を求めよ。

(1) L は点 $(0, 1)$ を通る。

(2) 点 Q が L 上にあれば, その f による像 $f(Q)$ も L 上にある。



[東京工業大学 2009 年前期 3]



N を正の整数とする。 $2N$ 以下の正の整数 m, n からなる組 (m, n) で、方程式 $x^2 - nx + m = 0$ が N 以上の実数解をもつようなものは何組あるか。



[東京工業大学 2009 年前期 4]



xyz 空間の原点と点 $(1, 1, 1)$ を通る直線を l とする。

(1) l 上の点 $\left(\frac{t}{3}, \frac{t}{3}, \frac{t}{3}\right)$ を通り、 l と垂直な平面が、 xy 平面と交わってできる直線の方程式を求めよ。

(2) 不等式 $0 \leq y \leq x(1-x)$ の表す xy 平面内の領域を D とする。 l を軸として D を回転させて得られる回転体の体積を求めよ。

