

[東京工業大学 2008 年 第 1 類特別入試 1]



この試験は現時点での諸君の論理的理解力の習熟度を測るためのものであり、あまりに乱暴な字ではその役に立ちません。できるだけ丁寧な字で、採点員が論理を追い易いように各自工夫し、結論をはっきりと記述して下さい。

$0 < \alpha < \pi$ とする。xyz-空間上の 3 点 A, B, C は次の条件 (i), (ii), (iii) をみたすように配置してあるとする。

(i) A, B は原点を中心とする xy -平面上の半径 1 の円周上にある。

(ii) C は z -軸の正の部分にある。

(iii) $\angle ACB = \alpha$ 。

(i), (ii), (iii) を満たす A, B, C と原点 O が作る 4 面体 $OABC$ のうち体積が最大のものの体積を $V(\alpha)$

とする。このとき極限值 $\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \alpha V(\alpha)$ を求めよ。



[東京工業大学 2008 年 第 1 類特別入試 2]



n を自然数, $P(x)$ を n 次多項式とする。 $P(0), P(1), \dots, P(n)$ が整数ならば, すべての自然数 k に対し, $P(k)$ は整数であることを証明せよ。



[東京工業大学 2008 年 第 1 類特別入試 3]



正 4 面体を，底面に平行な $(n-1)$ 枚の平面で高さを n 等分するように切る。

残りの面に関しても同様に切ると正 4 面体は幾つの部分に分かれるか，個数を求めよ。



[東京工業大学 2008 年 第 1 類特別入試 4]



p を正数とし, S を $y^2 = 4px$ と表示される放物線とする。点 $P = (a, b)$ から S への法線が何本引けるか, 場合分けして述べよ。

