



(1) 実数  $a_1, a_2, x_1, x_2, y_1, y_2$  が

$$0 < a_1 \leq a_2$$

$$a_1 x_1 \leq a_1 y_1$$

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 \leq a_1 y_1 + a_2 y_2$$

をみたしているとする。このとき  $x_1 + x_2 \leq y_1 + y_2$  であることを証明せよ。

(2)  $n$  を 2 以上の整数とし、 $3n$  個の実数  $a_1, a_2, \dots, a_n, x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$  が

$$0 < a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$$

および  $n$  個の不等式  $\sum_{i=1}^j a_i x_i \leq \sum_{i=1}^j a_i y_i$  ( $j=1, 2, \dots, n$ )

をみたしているならば、

$$\sum_{i=1}^n x_i \leq \sum_{i=1}^n y_i$$

であることを証明せよ。



[ 東京工業大学 2008 年後期 2 ]



自然数  $n$  に対して  $I_n = \int_0^1 x^2 |\sin n\pi x| dx$  とおく。極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$  を求めよ。

