

[ 東京工業大学 2003 年後期 1 ]



$xyz$  空間の 2 点  $P, Q$  を  $\triangle OPQ$  ( $O$  は原点) の面積が正の一定値  $S$  となるように動かす。  $P, Q$  から  $xy$  平面に引いた垂線をそれぞれ  $PP', QQ'$  とし,  $\triangle OP'Q'$  の面積を  $S_1$  とする。ただし,  $O, P', Q'$  が同一直線上にあるときは  $S_1 = 0$  とする。同様に  $P, Q$  から  $yz$  平面,  $zx$  平面に垂線を引いて作った三角形の面積を  $S_2, S_3$  とする。

(1)  $S^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$  を証明せよ。

(2)  $S_1 + S_2 + S_3$  の最大値, 最小値を求めよ。

