



関数 $f(x)$ ($n=1, 2, \dots$) を次の漸化式により定める。

$$f_1(x) = x^2, f_{n+1}(x) = f_n(x) + x^3 f_n^{(2)}(x)$$

ただし, $f_n^{(k)}(x)$ とは $f_n(x)$ の第 k 次導関数を表す。

(1) $f_n(x)$ は $(n+1)$ 次多項式であることを示し, x^{n+1} の係数を求めよ。

(2) $f_n^{(1)}(0), f_n^{(2)}(0), f_n^{(3)}(0), f_n^{(4)}(0)$ を求めよ。

