

[東京工業大学 2002 年後期 1]



n を自然数とする。

(1) 実数 x に対して, $\sum_{k=0}^n (-1)^k x^{2k} - \frac{1}{1+x^2}$ を求めよ。

(2) 不等式 $\left| \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{2k+1} - \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} \right| \leq \frac{1}{2n+3}$ が成り立つことを示せ。

(3) 極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{2k+1}$ を求めよ。



[東京工業大学 2002 年後期 2]



xy 平面上に原点 O を中心とする半径 1 の円 C がある。

C を底面, $(0, 0, \sqrt{3})$ を頂点とする直円すい S を考える。点 $P(1, 0, 0)$ および $Q(-2, 0, 0)$ をとる。

さらに, 動点 $M(\cos \theta, \sin \theta, 0)$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を線分 MQ が M 以外に C と交わらないように動かす。

(1) θ のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) 点 P から動点 M までは直円すい S の側面上を通り, M からは直線にそって点 Q へ向かう道を考える。このような P から Q までの全ての道の長さの最小値を求めよ。

