[東京工業大学 2002 年 前期 $\boxed{4}$]

n を自然数とする。

(1) 次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\log n}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}\right)$$

(2) 関数 $y=x(x-1)(x-2)\cdots(x-n)$ の極値を与える x の最小値を x_n とする。このとき

$$\frac{1}{x_n}=\frac{1}{1-x_n}+\frac{1}{2-x_n}+\cdots\frac{1}{n-x_n}$$

および $0<x_n\leqq\frac{1}{2}$ を示せ。

(3) (2)の x_n に対して，極限 $\lim_{n\to\infty}x_n\log n$ を求めよ。