

[東京工業大学 2001 年 前期 1]



$a > 0, t > 0$ に対して定積分 $S(a, t) = \int_0^a \left| e^{-x} - \frac{1}{t} \right| dx$ を考える。

(1) a を固定したとき, t の関数 $S(a, t)$ の最小値 $m(a)$ を求めよ。

(2) $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{m(a)}{a^2}$ を求めよ。



[東京工業大学 2001 年 前期 2]



xyz 空間内の動点 P を考える。 P は $z \leq 0$ の部分では最大秒速 a メートルで、 $z > 0$ の部分では最大秒速 1 メートルで動けるものとする。 P がはじめに原点 $(0, 0, 0)$ にあるとき、その 1 秒後までに P が到達し得る範囲の体積を求めよ。ただし、 $a > 1$ とする。



[東京工業大学 2001 年 前期 3]



箱の中に 1 から N までの番号が一つずつ書かれた N 枚のカードが入っている。この箱から無作為にカードを 1 枚取り出して戻すという試行を k 回行う。このとき、はじめから j 回目 ($j=1, \dots, k$) までに取り出したカードの番号の和を X_j とし、 X_1, \dots, X_k のうちのどれかが k となる確率を $P_N(k)$ とする。

(1) $N=3$ のとき $P_3(1), P_3(2), P_3(3)$ を N で表せ。

(2) $P_4(4), P_4(5)$ を求めよ。

(3) $k \leq N$ のとき、 $P_N(k)$ を N と k で表せ。



[東京工業大学 2001 年 前期 4]



一辺の長さが1の正方形の紙を1本の線分に沿って折り曲げたとき二重になる部分の多角形を P とする。 P が線対称な五角形になるように折るとき, P の面積の最小値を求めよ。

