

[ 東京工業大学 2000 年後期 1 ]



実数  $a, b$  に対し  $f(x) = x^3 + x^2 + (a+b-a^2)x + ab$  とおく。

(1)  $f(x)$  を因数分解せよ、

(2) すべての  $x \geq 0$  に対し  $f(x) \geq 0$  が成り立つための  $a, b$  の条件を求め、それを満たす点  $(a, b)$  の存在する範囲を図示せよ。





(1)  $m \geq 0, n \geq 1$  である整数  $m, n$  にたいし,

$$a_{m,n} = \int_0^\pi \theta^m \cos n\theta d\theta, b_{m,n} = \int_0^\pi \theta^m \sin n\theta d\theta$$

とおくとき, 次の式を示せ。

$$a_{m+1,n} = -\frac{m+1}{n} b_{m,n}, b_{m+1,n} = (-1)^{n+1} \frac{\pi^{m+1}}{n} + \frac{m+1}{n} a_{m,n}$$

(2) 半径 1 の球面上の定点を端点とする長さ  $\pi$  のひもを考える。

このひもが球の外側の空間を動くとき, ひもの通過する領域の体積を求めよ。

