

[ 東京工業大学 1999 年後期 1 ]



極限值  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 nx}{1+x} dx$  を求めよ。



[ 東京工業大学 1999 年後期 2 ]



- (1) 半径 1 の円に内接する 6 個の半径の等しい円を図 1 のように描く, さらに図 2 のように 6 個の小さな半径の等しい円を描く, この操作を無限にくり返したとき, 6 個ずつ次々に描かれる円の面積の総和  $S_2$  と, それらの円の円周の長さの総和  $C_2$  を求めよ。
- (2) (1)で 6 個の円を次々に描いていった。一般に  $n \geq 2$  に対して  $3n$  個の円を用いて同様の操作を行うとき, 描かれる円の面積の総和  $S_n$  と, それらの円の円周の長さの総和  $C_n$  を求めよ。
- (3) 数列  $S_2, S_3, S_4, \dots$  の極限值を求めよ。

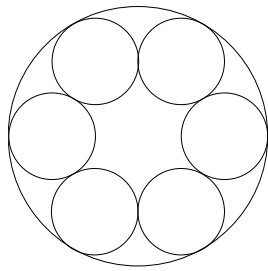


図 1

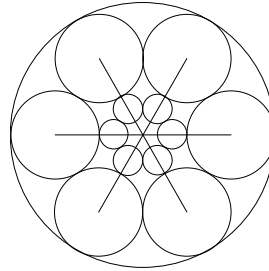


図 2

