



複素平面上の点列 A_n ($n \geq 0$) が複素数列 $a_n + ib_n$ (a_n, b_n は実数, i は虚数単位) を表すとする。

極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a_\infty, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = b_\infty$ がともに存在するとき, 複素数 $a_\infty + ib_\infty$ を表す点 A_∞ を A_n の極限

点ということにする。このとき次の問いに答えよ。

(1) 複素平面上の点列 P_n ($n \geq 0$) を次のように定める。

P_0 は 0 を表す点とし, P_1 は $1+i$ を表す点とする。

以下 $n \geq 2$ に対しては, ベクトル $\overrightarrow{P_{n-2}P_{n-1}}$ を反時計まわりに $\frac{\pi}{3}$ 回転し, 長さを $\frac{2}{3}$ 倍したベクトル

が $\overrightarrow{P_{n-1}P_n}$ となるように P_n を定める。 P_n の極限点 P_∞ が表す複素数を求めよ。

(2) 点列 Q_n ($n \geq 0$) は次のように定める。

Q_0 は 0 を表す点とし, Q_1 は $z = x + iy$ を表す点とする。

以下 $n \geq 2$ に対しては, ベクトル $\overrightarrow{Q_{n-2}Q_{n-1}}$ を反時計まわりに $\frac{\pi}{6}$ 回転し, 長さを $\frac{1}{2}$ 倍したベクトル

が $\overrightarrow{Q_{n-1}Q_n}$ となるように Q_n を定める。 Q_n の極限点 Q_∞ と(1)の P_∞ が一致するとき z を求めよ。

