

[東京工業大学 1997 年前期 1]



$a^2x^2 + b^2y^2 = 1$ を満たす (x, y) がすべて

$$a(x-1) + b(y-1) = 0$$

を満たすような (a, b) の範囲を求め、図示せよ。



[東京工業大学 1997 年 前期 2]



(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}$ を求めよ。

(2) 任意の正数 a に対して $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{a+k}$ は(1)と同じ極限をもつことを証明せよ。



[東京工業大学 1997 年 前期 3]



(1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ を満たす自然数 x, y の組 (x, y) をすべて求めよ。

(2) n を自然数, r を正の有理数とする。このとき

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} = r$$

を満たす自然数の x_k の組 (x_1, \dots, x_n) の個数は有限であることを示せ。



[東京工業大学 1997 年前期 4]



(1) 底辺の長さが l , 2 つの底角が α, β の三角形の面積 S は , 次式で与えられることを示せ。

$$S = \frac{l^2}{4} \cdot \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

(2) 各辺の長さが $1, 2, \sqrt{3}$ の三角形の各辺に 1 点ずつ頂点をもつ正三角形の面積の最小値を求めよ。

