

[東京工業大学 1996 年前期 4]



関数 $f(x)$ は微分可能で次の(イ), (ロ), (ハ)を満たすものとする。

(イ) $x > 0$ のとき $f'(x) > 0$,

(ロ) $f(0) = a$ (ただし, $a > 1$),

(ハ) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $P(t, f(t))$ ($t > 0$) における接線と x 軸との交点を Q , 法線と x 軸との交点

を R としたとき, 線分 QR の長さ $F(t)$ は関係式 $\frac{F(t)}{f(t)} = \frac{f(t)}{f'(t)}$ を満たす。

このとき次の問いに答えよ。

(1) $x > 0$ で $f'(x)$ は単調増加で, $h > 0$ に対し, $f(x+h) - f(x) > \sqrt{a-1}h$ を満たすことを示せ。

(2) 点 P が曲線 $y = f(x)$ ($x > 0$) 上を動くとき $F(t)$ の最小値を求めよ。

