

[東京工業大学 1995 年後期 1]



一辺の長さが 2 の立方体 C がある。 S_0 を C の 6 つの面に内接する球とする。次に S_0 に外接し、
 C の 3 つの面と内接する球 S_1 を取る。 S_1 に外接し、 C の 3 つの面に内接する球 S_2 を S_1 の外側に
(S_0 と反対側に) 取る。以下帰納的に、 S_0, \dots, S_n まで取れたとして、 S_n に外接し、 C の 3 つの面に
内接する球 S_{n+1} を S_n の外側取る。

(1) S_n の半径を n の式で表せ。

(2) 立方体 C の中でどの S_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) にも含まれない部分の体積を求めよ。



[東京工業大学 1995 年後期 2]



円 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ ($a > 1$) が与えられている。

- (1) C の外部の点 $P(X, Y)$ から C への 2 接線が直交するように P を動かす。 P の軌跡を求めよ。
- (2) S を(1)で求めた P の軌跡とする。 S と C で囲まれた部分を直線 $x = 2a$ を軸として回転してできる回転体の体積を求めよ。

