

[ 東京工業大学 1995 年前期 1 ]



$n = 1, 2, 3, \dots$  に対して数列  $a(n) = \frac{(n+2)(n+3)(n+4)}{n!}$  を考える。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a(n)$  を求めよ。

(2)  $a(n)$  が整数となる  $n$  をすべて求めよ。

(3) 積  $a(1)a(2)\cdots a(n)$  が整数となる  $n$  をすべて求めよ。

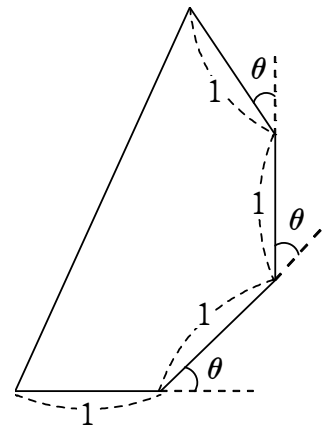


[ 東京工業大学 1995 年前期 2 ]



右図のような 4 辺の長さ 1 で、それらのなす角が

$\theta \left( 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$  であるような五角形の面積の最大値を求めよ。





$n$  を自然数とする。

(1)  $f(x) = \frac{x^2}{n^2} + e^{2x} - 1$  の増減を調べ、グラフの概形をえがけ。

(2) 楕円  $\frac{x^2}{n^2} + n^2 y^2 = 1$  と曲線  $y = \frac{1}{n} e^x$  の交点のうち  $\left(0, \frac{1}{n}\right)$  でない方の座標を  $(x_n, y_n)$  とおく。

このとき  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n} = -1$  であることを示せ。



[ 東京工業大学 1995 年前期 4 ]



1 から  $n$  までの数字を書いたカードが 1 枚ずつある。ただし  $n \geq 3$  とする。

(1) この  $n$  枚のカードから無作為に同時に 2 枚のカードを取り出すとき、書かれた数の積の期待値  $E$  を  $n$  で表せ。

(2) この  $n$  枚のカードから無作為に同時に 3 枚のカードを取り出すとき、書かれた数の積の期待値を

$E(n)$  で表す。このとき  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{E(n)}{n^3}$  を求めよ。

