

[東京工業大学 1992 年前期 4]



変数 $0 \leq x < 1$ の関数 $f(x)$ を次のように定義する。

$$f(x) = \begin{cases} 2x & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x-1 & \frac{1}{2} \leq x < 1 \end{cases}$$

さらに $f_1(x) = f(x)$ とおき, $f_n(x)$ を $f_n(x) = f(f_{n-1}(x))$ ($n = 2, 3, 4, \dots$) と定義する。

(1) $f_3(x)$ のグラフを描き, $f_3(x)$ を式で表せ。

(2) k と m を $1 \leq k \leq 2^m - 1$ を満たす自然数とし, $p = \frac{k}{2^m}$ とおく。

極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f_1(p) + \dots + f_n(p)}{n}$ を求めよ。

