[東京工業大学 1991 年前期 $\boxed{1}$]

n を正の整数とする。10 進法で表した $n!$ について，1 の位から 10^{m-1} の位までの数字がすべて 0 で，10^m の位の数字が 0 でないとき，関数 $f(n)$ の値を m とする。このとき，次の値を求めよ。

(1) $f(10)$, $f(100)$

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{f(10^n)}{10^n}$

[**東京工業大学 1991 年前期 $\boxed{2}$**]

空間内の xy 平面上の直線 ℓ を楕円 $x^2+\dfrac{y^2}{4}=1,\ z=0$ の接線とする。直線 ℓ と点 $\left(\dfrac{1}{2}, 1, 1\right)$ を含む平面 π が z 軸と交わる点 Q を $(0,\ 0,\ k)$ とするとき，k のとり得る値の範囲を求めよ。

[東京工業大学 1991 年前期 $\boxed{3}$]

☆―――――――――――――――――――――――――――――――――――☆

$-1 < a < 1$ とする。2 点 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(-2,\ 0)$ から半円 $(x-a)^2 + y^2 = 1,\ y \geqq 0$ に 2 本の接線を引き，接点をそれぞれ $\mathrm{C},\ \mathrm{D}$ とする。線分 AC，円弧 CD，線分 $\mathrm{DB},\ \mathrm{BA}$ で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を a で表せ。

☆―――――――――――――――――――――――――――――――――――☆

[東京工業大学 1991 年前期 $\boxed{4}$]

☆ ☆

関数 $f(x)=x^3+ax^2+(b-a-1)x$ について次の問いに答えよ。

(1) $f(x)$ が $x \geqq 0$ で増加するような点 $(a,\ b)$ の範囲 G を図示せよ。

(2) $y \geqq 0$ における $y=f(x)$ の逆関数を $x=f^{-1}(y)\ \ (x \geqq 0)$ とする。点 $(a,\ b)$ が G を動くとき,定積分 $\int_0^b f^{-1}(y)\,dy$ の最小値を求めよ。

☆ ☆

[**東京工業大学 1991 年前期 $\boxed{5}$**]

サイコロを 3 回振って出た目を a, b, c とする。このとき，方程式 $x^3-ax^2+bx-c=0$ が少なくとも 1 個の整数解をもつ確率を求めよ。